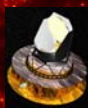
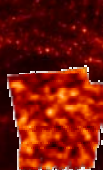
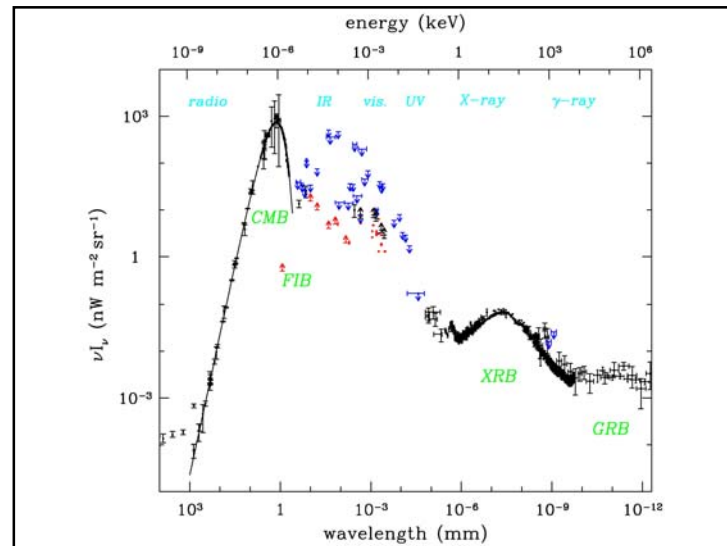


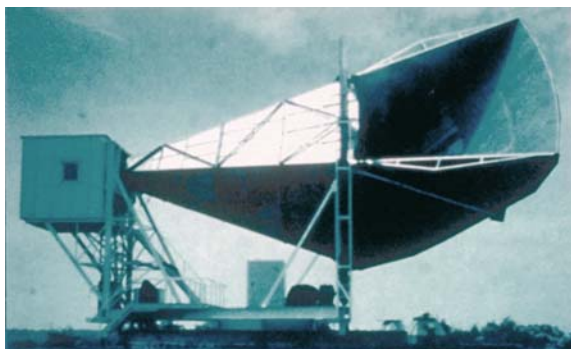
CMB ANISOTROPIES AND COSMIC STRUCTURES, LINKING INITIAL CONDITIONS & COSMOLOGICAL PARAMETERS



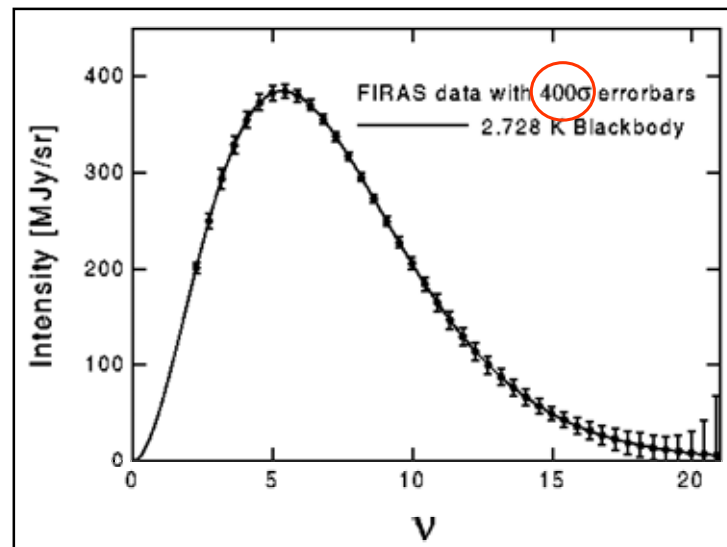
« COSMOLOGY CRASH COURSE », IHP, DECEMBER 2002
F.R. BOUCHET
INSTITUT D'ASTROPHYSIQUE DE PARIS, CNRS



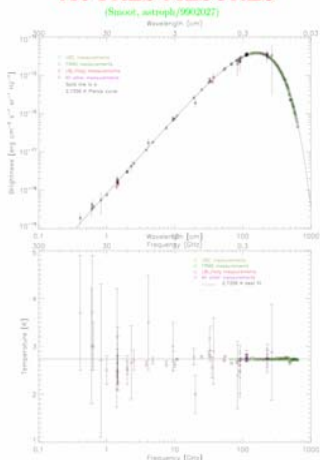
L'antenne de Penzias et Wilson...
(Nobel de physique en 1978)



Prédiction par George Gamow in 1948, et par Ralph Alpher & Robert Herman in 1950. Observé par hasard en 1965 by Arno Penzias and Robert Wilson aux Bell Telephone Laboratories de Murray Hill, New Jersey comme « A source of excess noise in a radio Receiver ». Articles d'interprétation accolé dans la Physical Review par Dicke, Peebles, Roll, Wilkinson... (Princeton).



CORPS NOIR COSMOLOGIQUE : AUTRES MESURES



$$\begin{aligned} T_0 &= 2.7377 \pm 0.0038 \text{ K} \quad (95\% \text{ CL}) \\ Y_{\text{ff}} &= -1.1 \times 10^{-5} \pm 2.3 \times 10^{-5} \quad (95\% \text{ CL}) \\ \mu_0 &= -3.0 \times 10^{-5} \pm 1.2 \times 10^{-4} \quad (95\% \text{ CL}) \\ y &= 1.6 \times 10^{-6} \pm 9.6 \times 10^{-6} \quad (95\% \text{ CL}) \end{aligned}$$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{bmatrix} T_0 & Y_{\text{ff}} & \mu_0 & y \\ Y_{\text{ff}} & 1.00 & -0.27 & -0.18 \\ \mu_0 & 0.06 & 1.00 & 0.82 \\ y & 0.09 & -0.18 & 0.82 & 1.00 \end{bmatrix}$$

CORPS NOIR COSMOLOGIQUE : THERMALISATION

- A très haute T , équilibre : $f_\gamma = \frac{2}{h^3 \exp(h\nu/k_B T) - 1}$
- Une réaction est "gelée" quand :

$$t \sim \Gamma^{-1} > H^{-1} = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^{-1}$$

- Effet de l'expansion : $r \propto a$, $p = \frac{h\nu}{c} \propto \frac{1}{a}$
- Conservation du nombre de γ quand $t > t_{\text{dec}}$:
$$dN_\gamma = f_\gamma d^3r d^3p = \text{constante} \Rightarrow \frac{d}{dt}[f_\gamma] = 0$$
- Donc : $f_{\text{dec}}(\vec{p}, t) = f_{\text{equi}}\left(\vec{p} \frac{a(t)}{a(t_{\text{dec}})}, t_D\right)$

\Rightarrow Un corps noir le reste, et $T(t) = T_{\text{dec}} \frac{a(t_{\text{dec}})}{a(t)}$
même sans réaction pour maintenir l'équilibre.

$$\text{Numériquement, } n_\gamma = \int f_\gamma d^3p = 400 \left(\frac{T}{2.7\text{K}}\right)^3$$

- $T \sim \text{eV}$ ($z_{\text{rec}} \sim 1000$): "Recombinaison"

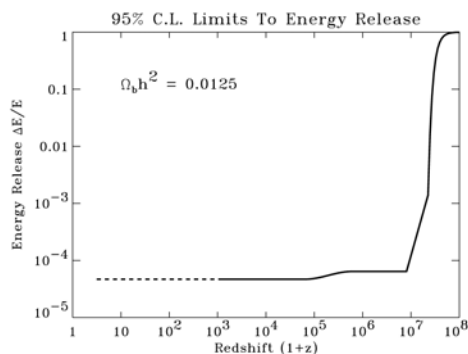
CORPS NOIR COSMOLOGIQUE : DISTORTIONS SPECTRALES

La matière "suit" le rayonnement, car
 $t_{\text{ec} \rightarrow \text{ee}} \ll H^{-1}$

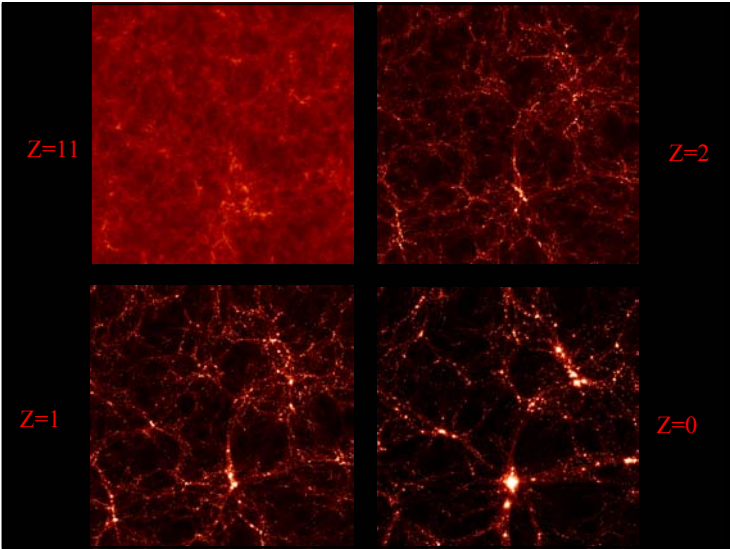
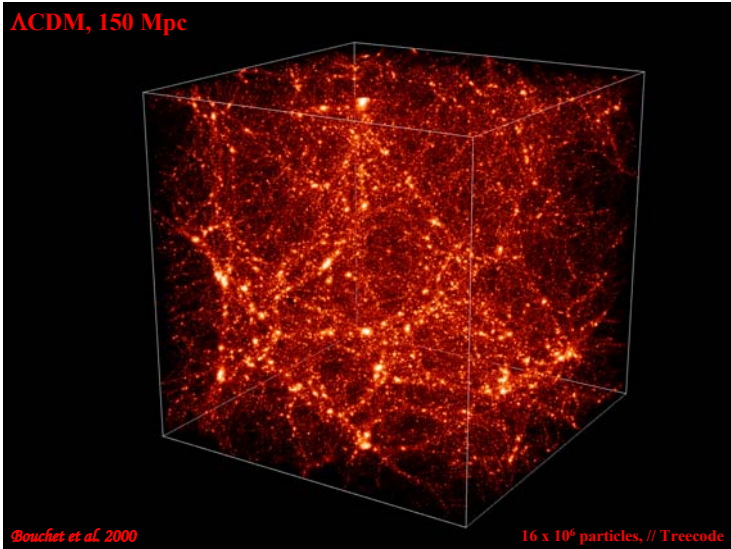
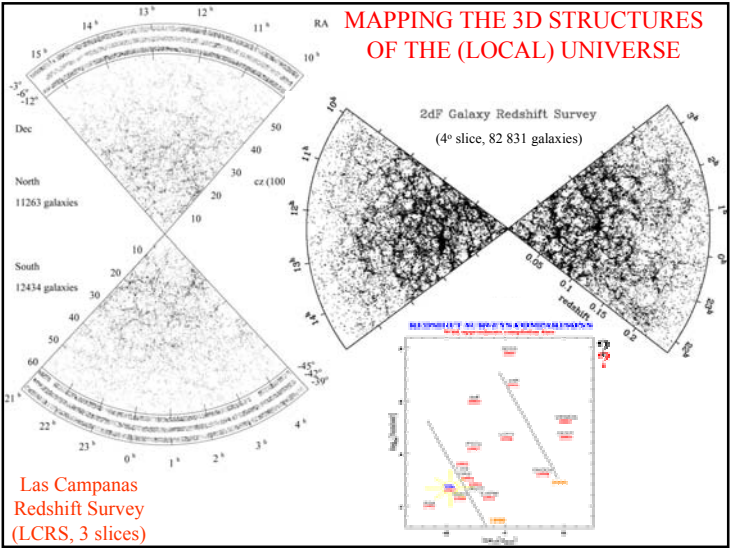
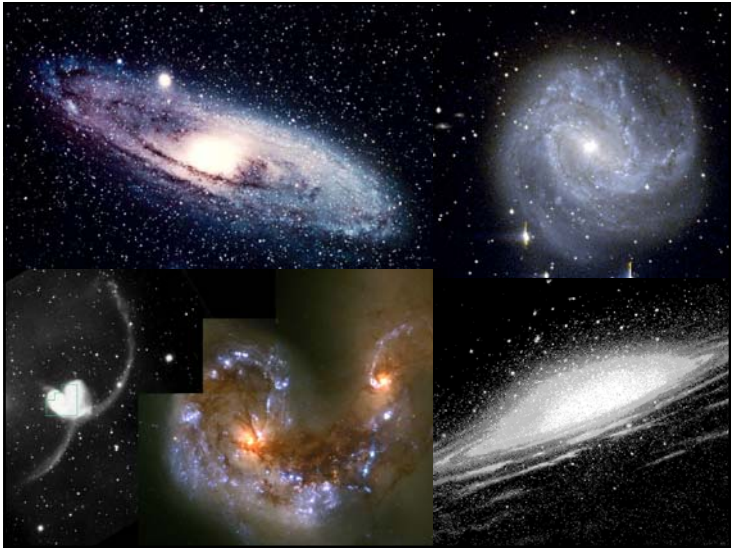
Principaux couplages matière-rayonnement :

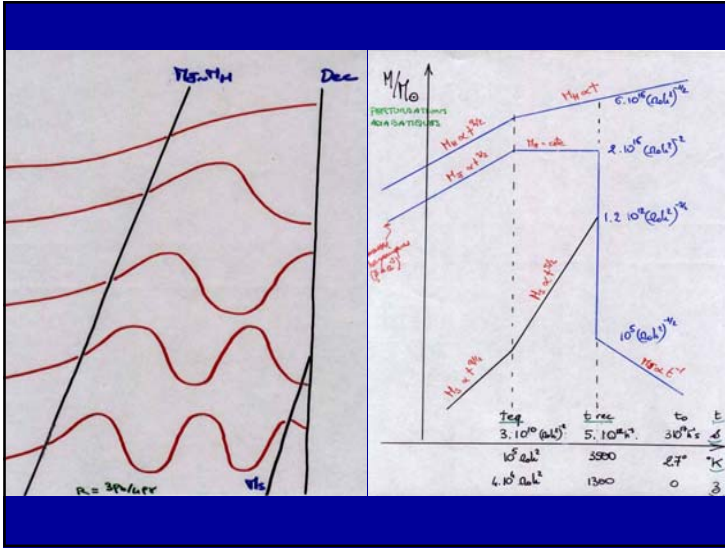
- $e \gamma \rightarrow e \gamma$ (interaction Compton, appelée encore diffusion Thomson à basse énergie)
- $e \rightarrow e \gamma$ (bremsstrahlung, ou émission "free-free", et la réaction inverse d'absorption free-free)
- $e \rightarrow e \gamma \gamma$ (réaction double-Compton)

La comparaison des temps caractéristiques de ces réactions, Γ^{-1} , au temps d'expansion, H^{-1} , fait apparaître deux seuils importants, à $z_{\text{Planck}} \sim 10^5$ et $z_{\text{Bose}} \sim 10^4$ (en plus de $z_{\text{rec}} \sim 10^3$).



LSS: MOTIVATIONS





SPECTRE DES PERTURBATIONS

- On s'intéresse à la forme du spectre à t_{rec} , car plus tard, toutes les perturbations croissent (dans la limite linéaire) identiquement $\propto a$, et la forme du spectre est préservée. Seule son amplitude augmente. C'est l'ingrédient nécessaire pour toute théorie de l'évolution non-linéaire ultérieure.

- Soit des perturbations initiales *adiabatiques* et in-variantes d'échelle d'un fluide baryons + photons

$$\sigma_p(t_i) = A \left(\frac{\lambda}{\lambda_H(t_i)} \right)^{-2}.$$

- De telles perturbations correspondent à des fluctuations d'énergie potentielle ϕ (et donc de courbure) constantes à toute les échelles. Ce spectre des perturbations de courbure ne diverge donc ni vers les petites échelles, ni vers les grandes... On l'appelle pour cela **spectre invariant d'échelle de Harrison-Zeldovich**.

EVOLUTION DE PETITES PERTURBATIONS : SPECTRE D'UN UNIVERS BARYONS + γ

- $\lambda > \lambda_H$, la pression est négligeable
 $-t < t_{eq}$, $\lambda_H \propto a$, et $\sigma_p \propto a^2$.
 $-t > t_{eq}$, $\lambda_H \propto a^{1/2}$, et $\sigma_p \propto a$.

Dans les deux cas, $\sigma_p \propto \lambda_H(t)^2$, et donc

$$\sigma_p(t) = A \left(\frac{\lambda}{\lambda_H(t)} \right)^{-2}.$$

Les perturbations ont **toutes la même amplitude** A , quand leur **taille est égale à celle de Hubble**.

- Effet de la pression :

$- \text{à } t < t_{eq}$, $\lambda_J = \lambda_H$.

$- \text{à } t > t_{eq}$, $\lambda_J = cste$.

Donc les perturbations de $\lambda > \lambda_H(t_{eq})$ peuvent commencer à croître dès l'équivalence. Celles de $\lambda > \lambda_H(t_{eq})$ oscillent à amplitude constante = A .

- Effet de la diffusion des photons sur les électrons : à $\lambda < \lambda_s$, les perturbations sont amorties.

D'où la forme du spectre à $t \geq t_{rec}$

EVOLUTION DE PETITES PERTURBATIONS : HARO SUR LES BARYONS COMME SEULE MATIÈRE :

- les considérations précédentes montrent qu'on a alors des anisotropies à grandes échelles du RCF:

$$\sigma_T^{SW} \sim A$$

- Mais, pour pouvoir former les structures observées, il faut que

$$\sigma_p(t_0, 8 \text{ Mpc}) > 1$$

- Comme σ_p croît (linéairement) $\propto a$, cela implique $A > z_{dec}^{-1} \sim 10^{-3}$.

Ce qui est exclu par les mesures du RCF.

Ce scénario doit donc être rejeté.

- Un remède possible, l'introduction de matière sombre faite de particules massives "X", **sans interaction autre que gravitationnelle**, i.e. non couplée aux photons. Elles ne subissent donc pas leur pression; donc pas de λ_J . Mais cette matière est soumise à deux autres effets que nous allons décrire.

EVOLUTION DE PETITES PERTURBATIONS : CAS PARTICULIER DE LA MATIERE SOMBRE

- Inhibition de la croissance avant l'équivalence : pour $\lambda \leq \lambda_H \sim \lambda_J$, les perturbations du fluide photons + γ oscillent. Le rayonnement est la contribution **dominante** qui détermine l'évolution de l'expansion. La matière sombre réagit à un fond quasiment **homogène**. Il en résulte que **les perturbations ne peuvent pas croître** tant que $\rho_r > \rho_m$.

- N.B: ce fond ralentit la croissance de la perturbation X, **sans être couplée**... Un calcul précis montre que la croissance de σ_p^X est en fait logarithmique.

- Amortissement par diffusion: Tant que les X sont relativistes, $t < t_{NR}$, ils ont une vitesse $v \sim c$. Après, $v \propto 1/a$. Ils diffusent donc sans contrainte sur une échelle

$$\begin{aligned} -L_D &\propto a^2, & \text{quand } t < t_{NR}, t_{eq} \\ -L_D &\propto a, & \text{quand } t_{NR} < t < t_{eq} \\ -L_D &\propto a^{1/2}, & \text{quand } t_{eq} < t. \end{aligned}$$

A $\lambda < \lambda_D = L_D/a$, toute perturbation primordiale éventuelle disparaît.

- Matière "chaude" ou "froide", selon t_{NR} .

SPECTRES "CHAUD" ET "FROID"

Dans le cas des perturbations de la matière sombre, on a

- pas de croissance à $t < t_{eq}$ rayonnement.
- effacement à $\lambda < \lambda_D$

D'où leur spectre de perturbation à $t > t_{rec}$.

SPECTRES "CHAUD" ET "FROID"

- N.B. 1: à $t > t_{rec}$ les baryons ne sont plus couplés aux photons. Ils "tombent" dans les puits de potentiel de la matière sombre; on a rapidement

$$\sigma_p^B = \sigma_p^X.$$

- N.B. 2: Si on normalise toujours à 8 Mpc, l'amplitude de σ_T^{SW} est plus petite (au facteur de croissance logarithmique près) d'un facteur $t_{rec}/a_{eq} \sim 22$, ce qui donne

$$\sigma_T^{SW} \sim 4 \times 10^{-5} \dots$$

maintenant d'un ordre de grandeur correcte par rapport aux observations d'anisotropies du RCF.

- N.B. 3: la forme du spectre dépend de t_{NR} :

- Si $t_{NR} \ll t_{eq}$: cas froid, formation des structures hiérarchiques, les plus petites d'abord.
- Si $t_{NR} \sim t_{eq}$: cas chaud, formation des grandes structures d'abord et fragmentation ensuite.

AU-DELA DE LOIS D'ECHELLE APPROXIMATIVES :

obtenues en supposant une composante dominantes et en tentant de se placer dans des cas où la limite Newtonienne de la Relativité Générale est valable...

- pour bien faire : $g_{\alpha\beta} + \delta g_{\alpha\beta}$, $T_{\alpha\beta} + \delta T_{\alpha\beta}$ puis linéarisation $\mathcal{L}(g_{\alpha\beta})\delta g_{\alpha\beta} = \delta T_{\alpha\beta}$

- pièges subtils dus aux multiples choix possibles de systèmes de coordonnées (jauges)

- liberté de jauge pour spécifier l'application Φ entre l'Univers réel S et le modèle non-perturbé \tilde{S} (FRW) e.g. $\delta\rho(x) = \rho(x) - \rho(\tilde{x})$ avec $\Phi(x) = \tilde{x}$

- Φ est (partiellement) défini en imposant des conditions sur les coordonnées de S et \tilde{S} . Si il y a une liberté résiduelle :

Φ ne peut être reconstruit à partir d'observation de $S \Rightarrow$ des quantités comme $\delta\rho$ sont nécessairement non-observables

- cette liberté peut permettre à des points de S d'avoir des images physiquement distinctes dans $\tilde{S} \Rightarrow$ modes de jauge (non-physiques)...

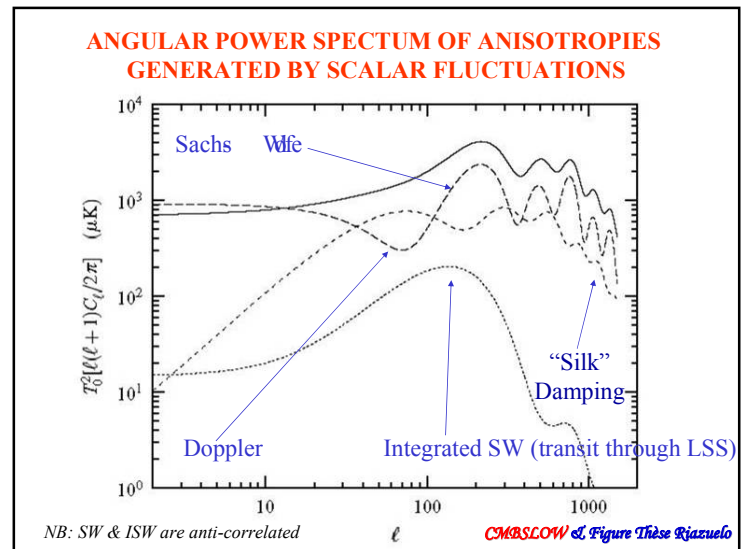
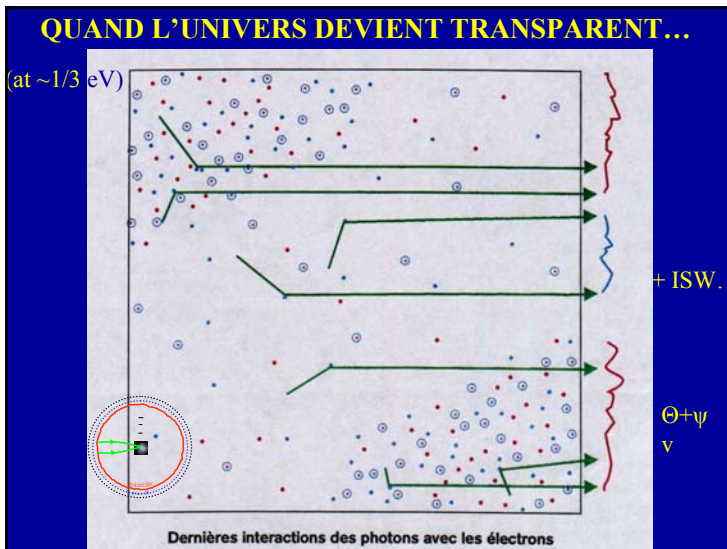
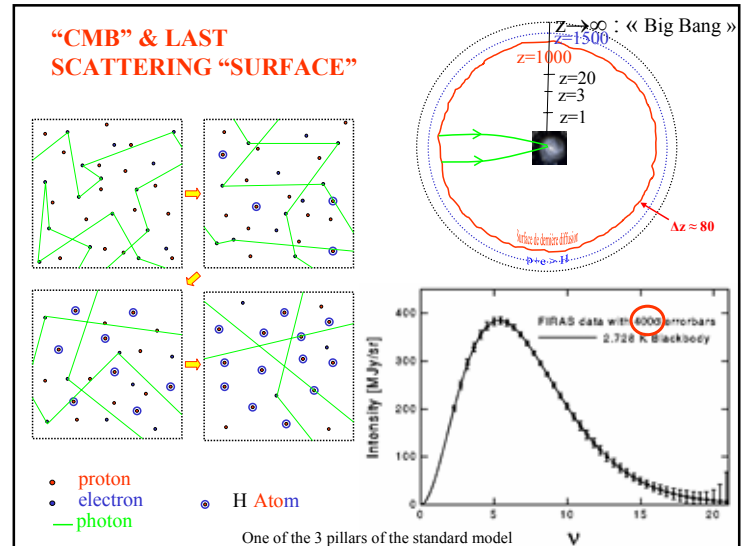
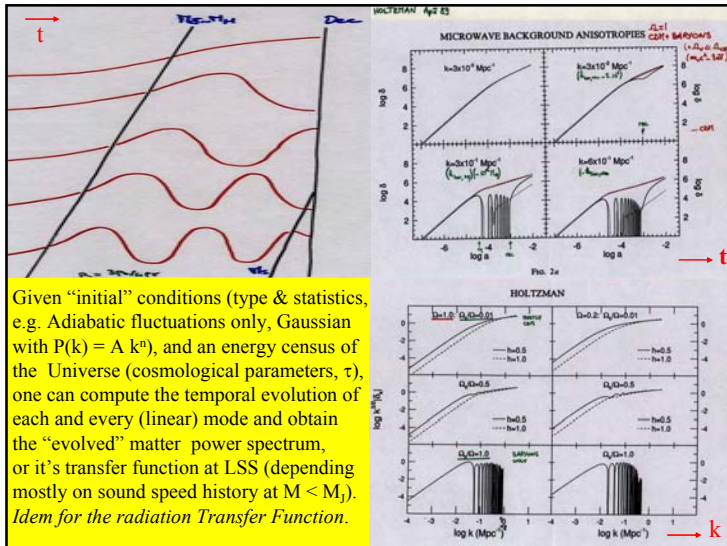
APPROCHES :

- Lifshitz (1946) : choix de jauge (synchrone : coord. temps = temps propre, surface spatiales \perp lignes de temps, i.e. référentiels d'observateur en chute libre), puis utilisation de la liberté résiduelle pour trouver et éliminer les modes de jauge, et enfin expression du résultat en term d'observables.

- c'est le choix fait le plus souvent pour calculer

- Bardeen (1980) : construire des variables invariantes de jauge en théorie linéaire en combinant (linéairement) les perturbations de la métriques et du contenu matériel \Rightarrow les variables n'ont pas de sens physique transparent...

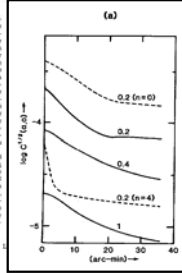
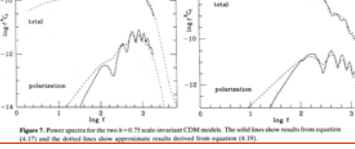
- plus récemment : Ellis & Brunis (1989) sur la base d'Hawking (1966) : description des perturbations par des variables indépendantes de jauge qui soient des quantités cinématiques (définies de manière covariante (composantes E & B du tenseur de Weyl, gradients de densités d'énergie...) ayant une signification géométrique et physique...

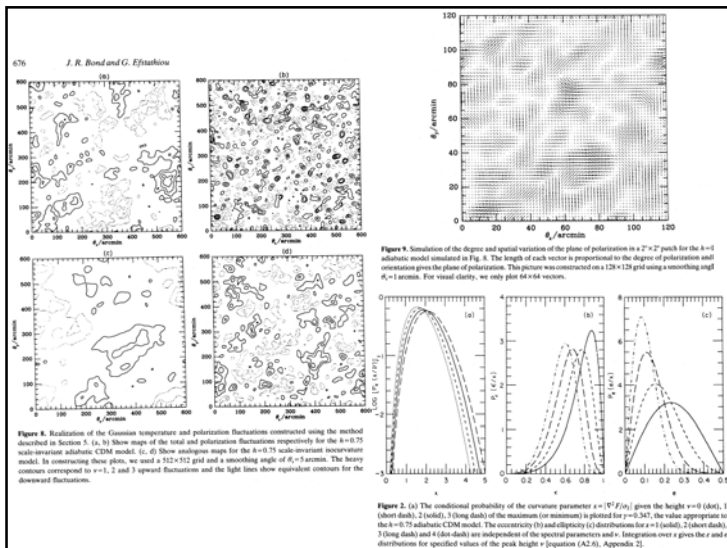


[illegible]

815 | Calculations

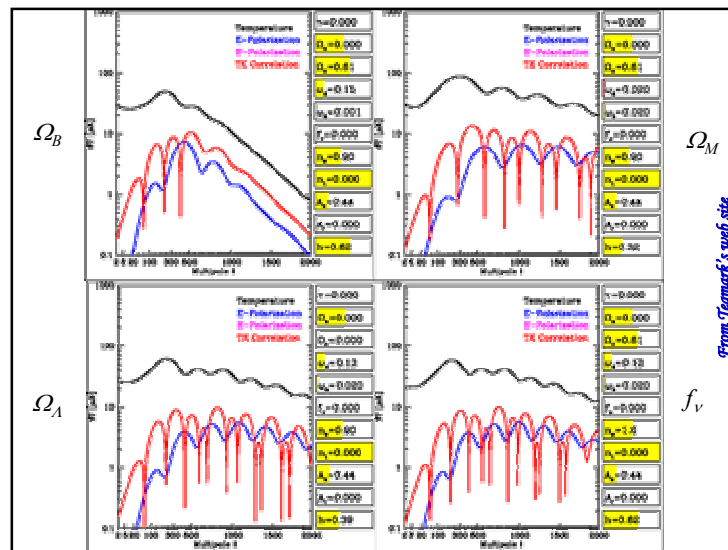
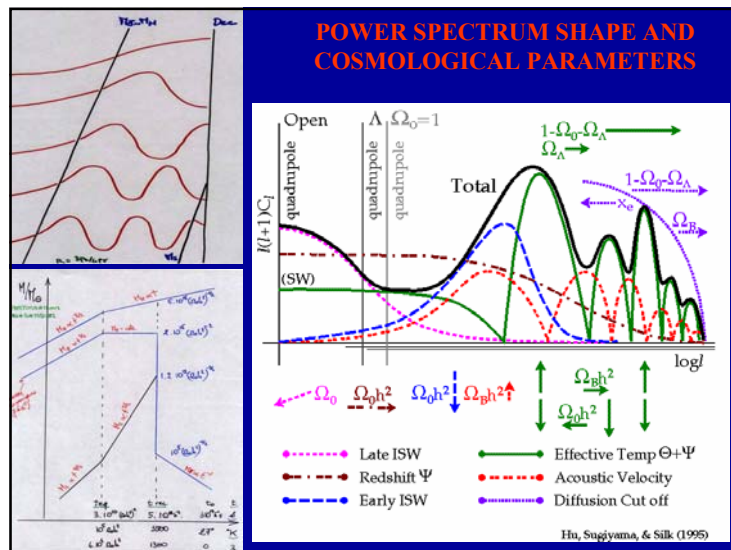
In this paper, we investigate the statistical properties of the cosmic microwave background radiation (CMB), assuming that the initial fluctuations are Gaussian. The background radiation will then form a 2D Gaussian random field and should provide a clean and direct test of the statistics of the initial conditions. Given a particular cosmological model, we can compute the statistical aspects of the radiation pattern. It is unfortunate, then, that CMB anisotropies have y





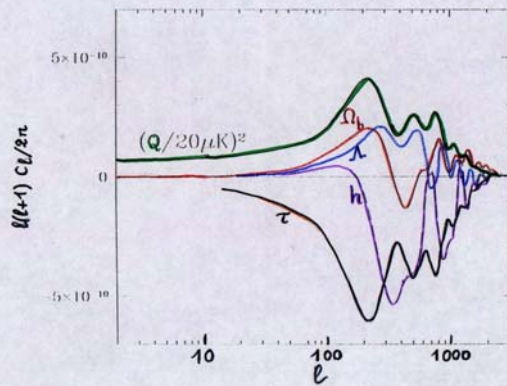
Since then...

- $\Omega_K \neq 0$
- Elegant reformulations, introduce E & B to represent polarisation, many gauges,...
- Precision of predictions increased ($\Delta < 1\%$)
- Speed also
- Off the shelf codes: CMBFAST [Seljack & Zaldarriaga 96], CAMB [Lewis et al. 2000] (& CMBSLOW [Riazuelo])
- With further options, e.g. lensing correction
- Detailed degeneracy studies



RESOLUTION & SENSITIVITY CAN BREAK MOST DEGENERACIES

29



NB: Some parameter combinations are nearly perfectly degenerate, e.g. keeping D_A constant
Figure 11. The derivatives of the CDM power spectrum with respect to various parameters.

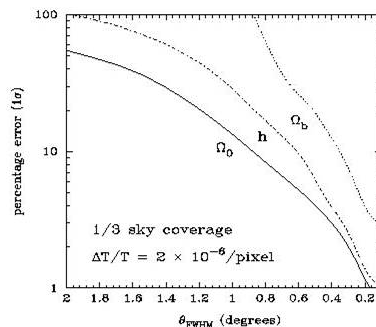
FISHER MATRIX GUIDELINES

- ✦ Microwave sky = primary + secondary + foregrounds
- ✦ Measured sky = Microwave sky + random errors + systematic errors.
- ✦ Theory $T_i = f(\theta_p, IC_j)$
- ✦ Constraining theory with data : $P(T|D) \propto L(D|T) P(T)$
- ✦ Fisher matrix, $F_{ij} = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial T_j \partial T_i}$, encodes the power of the data
- ✦ **Assume** we succeed in isolating *only* primary fluctuations and noise...

$$F_{ij} = \sum_l \frac{(2l+1)f_{sky}}{2} [C_l + C_N \exp \theta_b^2(l^2)]^{-2} \frac{\partial C_l}{\partial T_j} \frac{\partial C_l}{\partial T_i}$$
- ✦ Quantifies the (remaining) obstacles ($\sigma_i \propto F_{ii}^{-1/2}$):
 - ✦ Degeneracies within the θ_p
 - ✦ Degeneracies within the IC, and IC vs. θ_p
 - ✦ Cosmic variance (one sky), noise (i.e. sensitivity), resolution

COBRAS/SAMBA

Accuracy of recovery of fundamental parameters



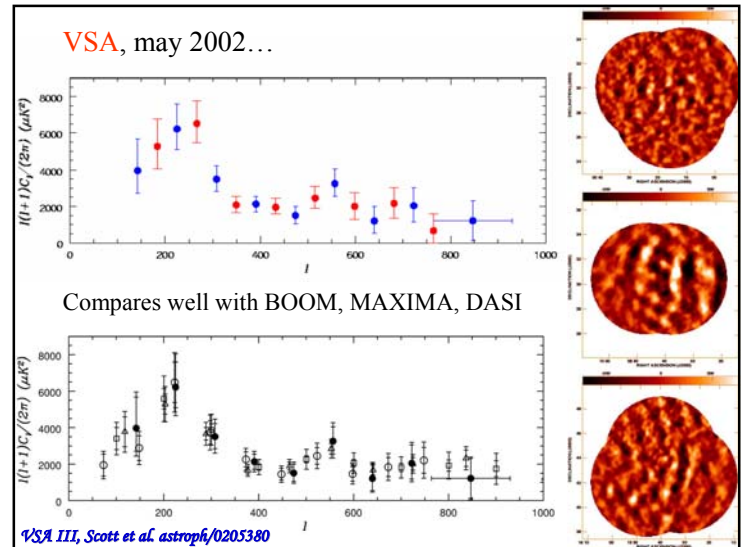
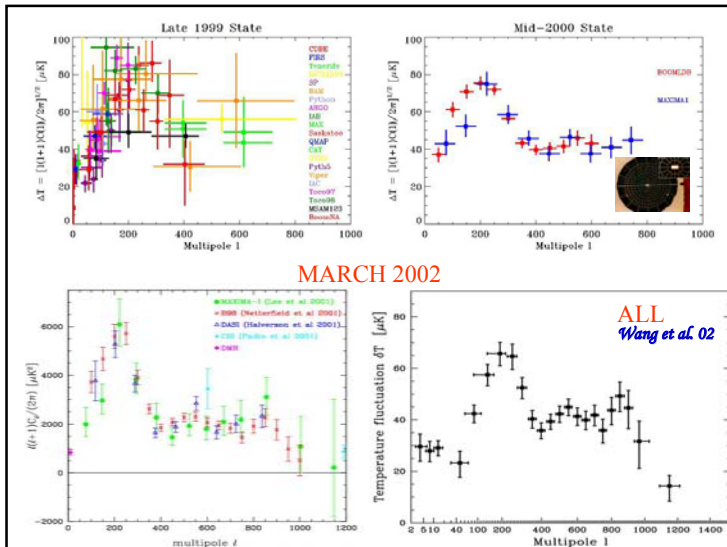
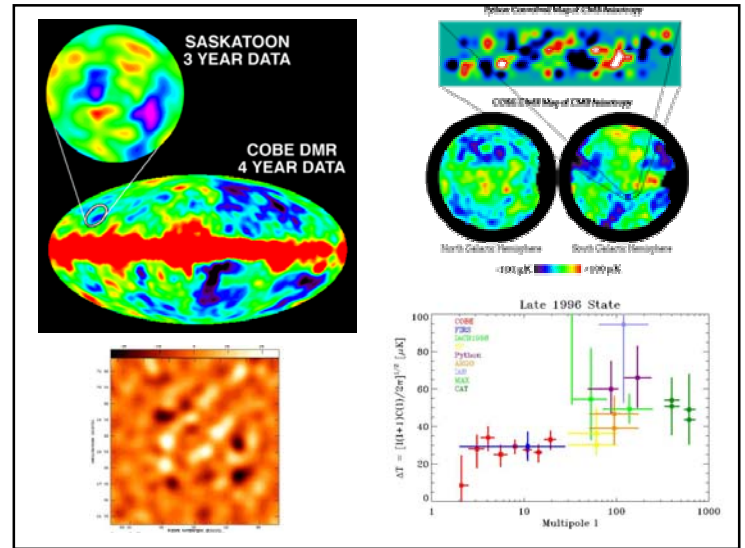
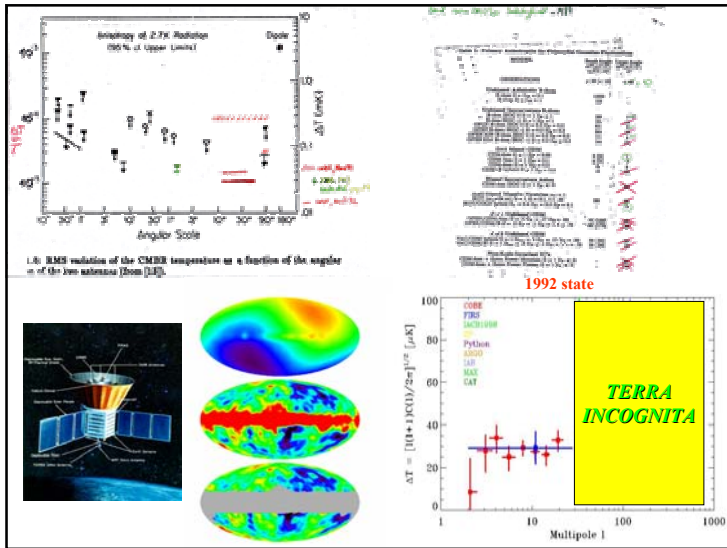
Maximum likelihood estimates in an eight dimensional parameter space

$(\Omega_0, h, \Omega_b, n_s^3, Q_{rms}, n_s/n_T, \Lambda, \tau_{relon})$

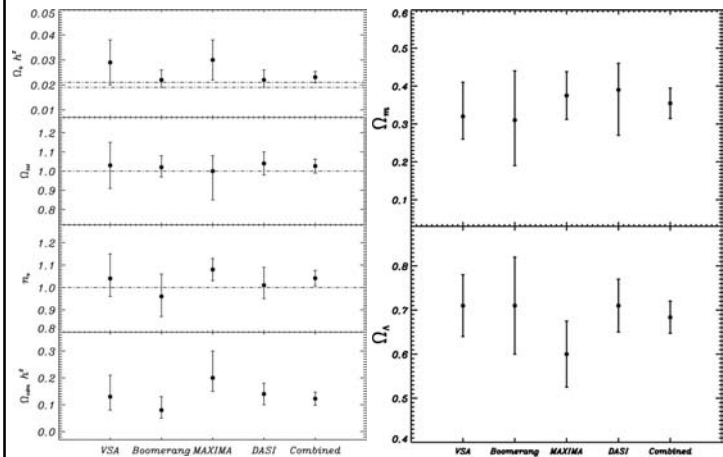


Phase A Study - Final Presentation

HISTORY



And appears *quantitatively* consistent with BOOM, MAX & DASI...



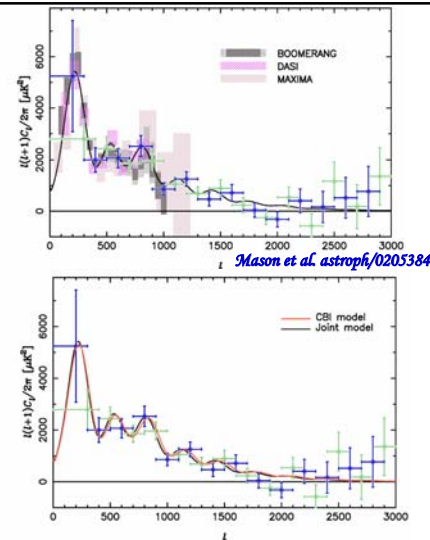
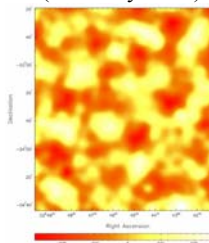
(All using DMR + similar prior)

VSA - IV, Rubio-Martin et al. astroph/0205367



CBI...

(also May 2002)



Mason et al. astroph/0205384

SITUATION AUJOURD'HUI

